



1 以下の ~ にあてはまる適切な数を所定の欄に記入しなさい。

- (1) どの位にも 0 を使わずに、でたらめに 4 桁の整数を作る。このとき、どの位の数字も異なる確率は である。
- (2) 円に内接する正三角形の面積が $27\sqrt{3}$ のとき、この円の半径は である。
- (3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x + 3 + \sqrt{16x^2 + 9}) =$ である。
- (4) $\frac{\sin 55^\circ + \sin 175^\circ + \sin 65^\circ + \sin 185^\circ}{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}$ の値を求めると、 である。
- (5) 1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD において、辺 AB の中点を M、辺 BC を 3 : 1 に外分する点を N とする。線分 MN と線分 BD の交点を L とするとき、線分 AL の長さは である。



2 数列 $\{a_n\}$ は等差数列で、初項と公差はともに正の整数 a である。

以下の ～ にあてはまる適切な数、または式を所定の欄に記入しなさい。

- (1) この数列の一般項は、 $a_n =$ となる。ここで、 $a_{k-4}a_{k-1}a_k a_{k+1}$ を a, k を用いた式で表すと となる。
- (2) この数列が、ある番号 k ($k \geq 5$) について $a_{k-4}a_{k-1}a_k a_{k+1} = 2016$ を満たしているとする。

(i) 2016 を素因数分解すると となる。これを用いて、 a, k を求めると、 $(a, k) = (\text{ となる。$

(ii) この数列の連続した3項 a_t, a_{t+1}, a_{t+2} が

$$a_t^3 + a_{t+1}^3 = a_{t+2}^3 - 2$$

を満たすとき、 a_{t+1} の値は である。

(iii) この数列の連続した11項 $a_s, a_{s+1}, \dots, a_{s+10}$ が

$$a_s^2 + a_{s+1}^2 + a_{s+2}^2 + a_{s+3}^2 + a_{s+4}^2 + a_{s+5}^2 = a_{s+6}^2 + a_{s+7}^2 + a_{s+8}^2 + a_{s+9}^2 + a_{s+10}^2$$

を満たすとき、 a_{s+5} の値は である。



3 a を正の定数, e を自然対数の底として, $f(x) = \int_0^a |xe^x - te^t| dt$ ($0 \leq x \leq a$) とする.

以下の $\boxed{\text{ス}}$ ~ $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまる適切な数, または式を所定の欄に記入しなさい. また, (2) の設問に答えなさい.

- (1) $f(0) = \boxed{\text{ス}}$ であり, $f(a) = \boxed{\text{セ}}$ である.
- (2) $f(x)$ を a と x を用いた式で表せ (途中の計算式も合わせて記載せよ).
- (3) $f'(x) = 0$ のとき, $x = \boxed{\text{ソ}}$ である.
- (4) $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{タ}}$, 最大値は $\boxed{\text{チ}}$ である.



4 p を素数とするとき、以下の命題を証明しなさい。解答は所定の箇所に記載しなさい。

- (1) a, b, c を整数とするとき、 $a^3 + pb^3 + p^2c^3 - p^3abc = 0$ ならば、 a は p の倍数である。
- (2) a, b, c を整数とするとき、 $a^3 + pb^3 + p^2c^3 - p^3abc = 0$ ならば、 a, b, c はどれも p の倍数である。
- (3) a, b, c を整数とするとき、 $a^3 + pb^3 + p^2c^3 - p^3abc = 0$ ならば、 $a = b = c = 0$ である。
- (4) x, y, z を有理数とするとき、 $x^3 + py^3 + p^2z^3 - p^3xyz = 0$ ならば、 $x = y = z = 0$ である。

